

Lösungen zu Kapitel 2:

Aufgabe 2.1: Solarkonstante

$$a) \quad E_S \sim \frac{1}{r_{SE}^2} \Rightarrow E'_S = E_S \cdot \left(\frac{r_{SE}}{r'_{SE}}\right)^2$$

$$E_{S_Max} = E_S \cdot \left(\frac{r_{SE}}{r_{SE_Min}}\right)^2 = 1.367 \frac{W}{m^2} \cdot \left(\frac{149,5}{147}\right)^2 = 1.413,9 \frac{W}{m^2}$$

$$E_{S_Min} = E_S \cdot \left(\frac{r_{SE}}{r_{SE_Max}}\right)^2 = 1.367 \frac{W}{m^2} \cdot \left(\frac{149,5}{152}\right)^2 = 1.322,4 \frac{W}{m^2}$$

$$b) \quad E_{S_Merkur} = E_S \cdot \left(\frac{r_{SE}}{r_{SM}}\right)^2 = 1.367 \frac{W}{m^2} \cdot \left(\frac{149,5}{58}\right)^2 = 9.082,3 \frac{W}{m^2}$$

Aufgabe 2.2: Solares Spektrum

- AM 0 ist das Spektrum der Sonne außerhalb der Erdatmosphäre
- AM 1,5 ist das Spektrum der Sonne, das sich bei einem Laufweg der Sonnenstrahlen des 1,5 – fachen der Atmosphärendicke ergibt. Der Sonnenwinkel ergibt sich zu
$$1,5 = \frac{1}{\sin \gamma_S} \Rightarrow \gamma_S = \arcsin\left(\frac{1}{1,5}\right) = \underline{41,8^\circ}$$
- In der Atmosphäre kommt es zur Streuung von Licht an Teilchen (z.B. einzelnen Molekülen), die kleiner als die Lichtwellenlänge sind. Diese Rayleigh-Streuung ist stark wellenlängenabhängig mit $R \sim 1/\lambda^4$. Blaues Licht (kurze Wellenlängen) wird daher stärker gestreut als rotes Licht.
- Im Fall von Abendrot blickt der Betrachter in Richtung der knapp über dem Horizont stehenden Sonne. Das weiße Licht der Sonne durchläuft einen langen Weg durch die Atmosphäre bis zum Betrachter, dabei wird durch Rayleigh-Streuung vor allem das blaue Licht zu Seite weggestreut. Übrig bleibt vor allem rotes Licht.

Aufgabe 2.3: Globalstrahlung

- Die Diffusstrahlung wird durch Streuung des Sonnenlichts an der Atmosphäre hervorgerufen. Wesentliche Effekte sind dabei die Rayleigh-Streuung an kleinen Teilchen (z.B. einzelnen Luftmolekülen) sowie die Mie-Streuung an größeren Teilchen (z.B. Wassertröpfchen von Wolken, Staubteilchen)
- Je nach Standort liegt der Anteil bei 54 bis 60 %; grob gesagt also etwas über der Hälfte.
- Die Sonnen-Volllaststunden geben an, wie viele Stunden die Sonne mit voller Last ($E = 1.000 \text{ W/m}^2$) scheinen müsste, um die gesamte tatsächliche Jahres-Strahlungsenergie zu erbringen. In Deutschland beträgt die Zahl der Sonnen-Volllaststunden auf eine horizontale Fläche etwa 1.000 h.
- Aus Tabelle 2.4 zeigt sich, dass eine horizontale Fläche über das Jahr nur etwa 88,3 % der Strahlungsenergie bei optimaler Ausrichtung empfängt. Somit ergibt sich als Volllaststundenzahl für die horizontale Fläche:

$$1.000 \text{ h/a} \cdot \frac{1}{0,883} = 1132,5 \text{ h/a}$$

Aufgabe 2.4: Strahlung auf schräge Flächen

- a) Optimale Ausrichtung bei $\beta_{\text{Opt}} = 90^\circ - \gamma_S = 40^\circ$

$$E_{\text{Gen_Max}} = E_{\text{Direkt_H}} \cdot \left(\frac{\sin(\gamma_S + \beta)}{\sin(\gamma_S)} \right) = 850 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \left(\frac{\sin(90^\circ)}{\sin(50^\circ)} \right) = 1.109,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

b) $E_{\text{Gen}} = E_{\text{Direkt_H}} \cdot \left(\frac{\sin(\gamma_S + \beta)}{\sin \gamma_S} \right) = 850 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \left(\frac{\sin 65^\circ}{\sin 50^\circ} \right) = 1.005,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

- c) $\gamma_S = 25^\circ$, $E_{\text{Direkt_H}} = E_{\text{Diffus_H}} = 300 \text{ W/m}^2$

$$E_{\text{Gen}} = E_{\text{Direkt_H}} \cdot \left[\frac{\sin(\gamma_S + \beta)}{\sin \gamma_S} + \frac{1}{2}(1 + \cos \beta) \right] = 300 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \left[\frac{\sin(25^\circ + \beta)}{\sin 25^\circ} + \frac{1}{2}(1 + \cos \beta) \right] \text{ Durch}$$

Probieren: $E_{\text{Gen_Max}} = 935,1 \text{ W/m}^2$ bei $\beta = \beta_{\text{Opt}} \approx 55^\circ$

- d) Extremwertbetrachtung: Ableiten von $E_{\text{Gen}} = f(\beta)$:

$$\frac{dE_{\text{Gen}}}{d\beta} = \frac{d}{d\beta} \left\{ E_{\text{Direkt_H}} \cdot \left[\frac{\sin(\gamma_S + \beta)}{\sin \gamma_S} + \frac{1}{2}(1 + \cos \beta) \right] \right\} = E_{\text{Direkt_H}} \cdot \left[\frac{\cos(\gamma_S + \beta)}{\sin \gamma_S} - \frac{1}{2}(\sin \beta) \right]$$

$$\Rightarrow \frac{\cos(\gamma_S + \beta_{\text{Opt}})}{\sin \gamma_S} - \frac{1}{2}(\sin \beta_{\text{Opt}}) = 0$$

mit Additionstheorem folgt:

$$\Rightarrow \frac{\cos \gamma_S \cdot \cos \beta_{\text{Opt}} - \sin \gamma_S \cdot \sin \beta_{\text{Opt}}}{\sin \gamma_S} - \frac{1}{2} \cdot \sin \beta_{\text{Opt}} = 0 \Rightarrow \frac{\cos \gamma_S \cdot \cos \beta_{\text{Opt}}}{\sin \gamma_S} - \sin \beta_{\text{Opt}} - \frac{1}{2} \cdot \sin \beta_{\text{Opt}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \beta_{\text{Opt}}}{\tan \gamma_S} - \frac{3}{2} \cdot \sin \beta_{\text{Opt}} = 0 \Rightarrow \frac{\cos \beta_{\text{Opt}}}{\tan \gamma_S} = \frac{3}{2} \cdot \sin \beta_{\text{Opt}}$$

$$\Rightarrow \tan \beta_{\text{Opt}} = \frac{2}{3 \cdot \tan \gamma_S} \Rightarrow \beta_{\text{Opt}} = \arctan\left(\frac{2}{3 \cdot \tan \gamma_S}\right)$$

$$\Rightarrow \beta_{\text{Opt}} = \arctan\left(\frac{2}{3 \cdot \tan 25^\circ}\right) = 55,029^\circ$$

$$\Rightarrow E_{\text{Gen_Max}} = 935,11 \text{ W/m}^2$$